

Exercice N°1 : (7,5 points)

ABCD est un carré de côté 4 et P, Q, R, S sont les points des segments [AB], [BC], [CD], [DA] tels que : $AP = BQ = CR = DS$. On pose $AP = x \in [0, 4]$.

1) a) Montrer que $PQ = QR = RS = SA$.

b) Montrer que $\widehat{ASP} = \widehat{BPQ}$.

c) Montrer que PQRS est un carré.

d) Calculer l'aire $f(x)$ de ce carré.

2) Vérifier que $f(x) = 2(x - 2)^2 + 8$.

3) a) Étudier les variations de f sur $[2, 4]$ puis sur $[0, 2]$.

b) Dresser le tableau de variation de f sur $[0, 4]$.

4) Pour quelle valeur de x l'aire $f(x)$ est-elle minimale ?
Quelle est alors cette aire ?

5) On note \mathcal{C} la courbe représentative de f dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) . Tracer \mathcal{C} .

6) a) À l'aide du graphique, expliquer pourquoi il existe deux positions du point P sur [AB] telles que l'aire du carré PQRS soit égale à 10.

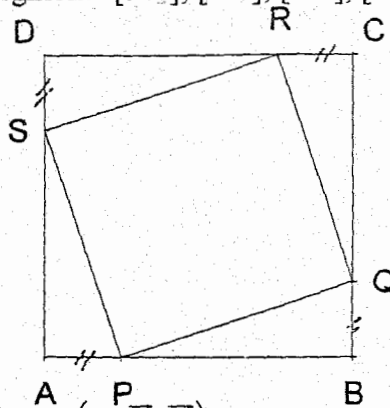
b) Retrouver ce résultat par le calcul et préciser les deux positions de P.

7) a) Montrer que pour tout réel a de $[0, 2]$ on a : $f(2 - a) = f(2 + a)$.

b) P_1 et P_2 sont deux points de [AB] symétriques par rapport au milieu de [AB].

Q_1 et Q_2 sont deux points de [BC], R_1 et R_2 sont deux points de [CD], S_1 et S_2 sont deux points de [DA] tels que : $AP_1 = BQ_1 = CR_1 = DS_1$ et $AP_2 = BQ_2 = CR_2 = DS_2$.

Comparer à l'aide de 7) a) l'aire des carrés $P_1Q_1R_1S_1$ et $P_2Q_2R_2S_2$.

Exercice N°2 : (7,5 points)

I) Soit (O, \vec{i}, \vec{j}) un repère orthonormé du plan \mathcal{P} .

Soit la droite $\Delta : x + y - 4 = 0$ et l'ensemble $\mathcal{C} = \{M(x, y) \in \mathcal{P} / x^2 + y^2 - 4x - 4y + 6 = 0\}$.

1) Montrer que \mathcal{C} est un cercle dont on déterminera le centre I et le rayon R.

2) Construire Δ et \mathcal{C} .

3) a) Calculer la distance du point I à la droite Δ .

b) Dédire que Δ coupe \mathcal{C} en deux points A et B.

c) Calculer les coordonnées des points A et B.

II) Dans la série statistique suivante x et y sont des réels.

Valeur de la variable	x	y
Effectif	1	1

On note \bar{x} la moyenne de cette série et σ son écart - type.

On suppose que $\bar{x} = 2$ et $\sigma = 1$.

1) a) Écrire la formule donnant \bar{x} et déduire que $x + y = 4$.

b) Écrire la formule donnant σ et déduire que $x^2 + y^2 - 4x - 4y = -6$.

2) Dédire alors les valeurs de x et y .

3) Soit la série statistique suivante dans laquelle m est un entier naturel.

Valeur de la variable	x	y
Effectif	m	m

On suppose que $\bar{x} = 2$ et $\sigma = 1$. Calculer x et y .